

Was sind die mathematischen Grundlagen moderner elektronischer Musik? - Die Fourier- Reihen und -Synthese

Verfasser: **Sören Richter**

Datum: **24.11.2016**

„Hausarbeit im Seminarfach Entwicklung und Bedeutung der Mathematik im
Laufe der Jahrhunderte – berühmte Mathematiker, wichtige Erkenntnisse und
Anwendungen im Alltag“

Kaiserin-Auguste-Viktoria-Gymnasium Celle

Schuljahr 2016/2017

1 Einleitung

Digitale Signalübertragung und -wiedergabe ist heutzutage allgegenwärtig. Ob es die Musik ist, die im Radio, vom MP3-Player oder der CD läuft, Telefongespräche oder Sprachnachrichten in modernen Kommunikationsnetzwerken sind, oder Filme, Serien, Nachrichtensendungen und hunderte weitere Formate oder Genres betrifft – sie alle teilen sich ein grundlegendes Prinzip der Aufnahme, Speicherung und Rekonstruktion oder aber auch der Erzeugung.

Insbesondere moderne Musik profitiert von der mathematisch-algorithmischen Berechnung (Synthese) von Klängen, welche auch ich für die Erstellung meiner Songs nutze. Ausgegangen von den Fourier-Reihen des französischen Mathematikers Joseph Fourier (1768-1830)¹ lassen sich mit sogenannten additiven Synthesizern auf digitalem (beziehungsweise virtuellem) Wege mit Computerprogrammen verschiedenartige Klänge erzeugen.²

Die Fragestellung meiner Facharbeit geht vor allem auf die grundlegende Funktionsweise letzterer Möglichkeit ein. Diese Hausarbeit erörtert dabei die genaue Themeneingrenzung, meine Gestaltungsideen für die Umsetzung der Facharbeit und die allgemeine Eignung des Themas.

2 Hauptteil

2.1 Erläuterung der Themeneingrenzung

2.1.1 Bezug der digitalen Signalverarbeitung

Um die Synthese eines akustischen Signals mittels eines algorithmischen Computerprogramms verständlich zu erklären, ist eine anschauliche Darstellung und Erklärung der Grundprinzipien digitaler Signalspeicherung notwendig, mit welcher sich ein vorbereitender erster Abschnitt meiner Facharbeit beschäftigen wird.

Akustische Signale, zum Beispiel Töne und Sprache, sind näher betrachtet Schallwellen, welche als solche nur im physikalischen Raum existieren können und durch die in Schwingung versetzte Luft³ übertragen werden.⁴ Folglich ist ein Verfahren nötig, um die Schwingungen entsprechend ihrer Gestalt rekonstruierbar abzubilden oder auch eine Abbildung zu erzeugender Schallwellen zu generieren. Dies muss in einer Form geschehen, mit der ein Computer umgehen kann, welche

¹ Vgl. Ruschkowski, Elektronische Klänge, S. 305.

² Vgl. ebd., S. 305-307.

³ oder weitere geeignete Träger

⁴ Vgl. Bader, Physik Gymnasium, S. 140-141.

somit aus einer endlichen Menge von Zahlen endlicher Genauigkeit bestehen muss. Erklärt wird diesbezüglich das Abtastverfahren^{5,6} und die damit verbundenen Begriffe Abtastwerte und Abtastrate, welche auch für den weiteren Verlauf der thematischen Erörterung in der Facharbeit von hoher Relevanz sind.

2.1.2 Bezug der Fourier-Reihen und -Synthese

Entscheidend für die elektronische Klangsynthese ist die mathematische und algorithmische Beschreibung der drei üblichen Wellenformen: Sägezahn-, Rechteck- und Dreieckschwingungen⁷, siehe Abb. 1⁸, mithilfe der Definition ihrer Fourier-Reihen. Um die Funktionswerte der Reihenannäherungen entsprechend der Frequenz, Amplitude und Phase⁹ des gewünschten Signals zu erhalten, ist das Verständnis der Bedeutung bestimmter Fourier-Koeffizienten¹⁰ notwendig, welche

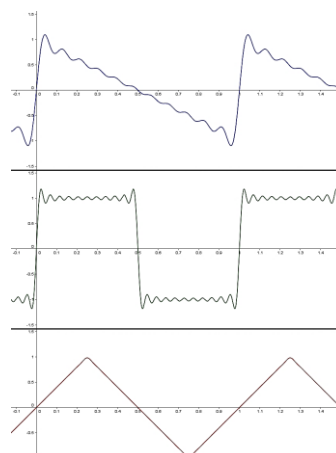


Abbildung 1

ich möglichst anschaulich anhand ihrer mathematischen Stellung und ihrer Auswirkungen auf das berechnete Signal darstellen werde.

Auch das Fourier-Theorem, das aussagt, dass sich jede periodische Schwingung als Summenreihe aus harmonischen Sinus- oder Kosinusfunktionen schreiben ließe^{11,12}, spielt eine nennenswerte Rolle bei der Formulierung von Fourier-Reihen und in der Akustik. Auf die daraus gefolgerte Fourier-Transformation werde ich mit meiner Fragestellung jedoch wahrscheinlich nicht näher eingehen.

2.1.3 Bezug der Musiktheorie/Harmonielehre im physikalischen Zusammenhang

Da auch der Begriff der Musik ein nicht zu vernachlässigender Teil der Fragestellung ist, werde ich auch grundlegend auf harmonische Zusammenhänge von Schwingungen untereinander eingehen, da sich auf diese Weise der Aufbau und die Anwendung der Fourier-Reihen anschaulicher darstellen lässt.

⁵ Vgl. Goebbels; Ritter, Mathematik verstehen und anwenden, S. 785.

⁶ Vgl. Ruschkowski, Elektronische Klänge, S. 299-300.

⁷ Vgl. ebd. S. 152-156. Anm.: Vorbild analoger Synthesizer für digitale additive Synthese.

⁸ Eigendarstellung. Anm.: Annäherung der Fourier-Reihen mit jeweils zehn Obertönen, einer Frequenz von 2π und somit einer Periodenlänge von 1.

⁹ Vgl. Bader, Physik Gymnasium, S. 144.

¹⁰ Vgl. Goebbels; Ritter, Mathematik verstehen und anwenden, S. 701-704.

¹¹ Vgl. Bader, Physik Gymnasium, S. 144.

¹² Vgl. Ruschkowski, Elektronische Klänge, S. 305.

Doch nicht nur in ihrer Frequenz, sondern auch in dem Amplitudenverlauf unterscheiden sich die Klangfarben verschiedener Instrumente voneinander. In der Klangsynthese von Bedeutung ist die sogenannte Hüllkurve, welche das Signal in der Amplitude formt und somit Anschlag (Attack), Abklingen (Decay), Tonbeibehaltung (Sustain) und Nachklang (Release) moduliert.¹³

2.2 Gestaltungsideen für die Facharbeit

Im Mittelpunkt meiner Facharbeit wird nach der Bearbeitung der Grundlagen ein Fallbeispiel für die Synthese eines spezifischen Klanges stehen. Dafür möchte ich schrittweise einen möglichen Algorithmus, der die Erzeugung und Verarbeitung der Abtastwerte des synthetisierten Tones übernimmt, erklären. Da sowohl auf der mathematischen als auch auf der klanglichen Ebene mit jedem Schritt etwas verändert wird, bietet sich eine in die mathematische sowie akustische Ebene geteilte Erklärung an.

Die Grundidee hierbei ist, die zuvor erarbeitete Theorie in einen vollständigen Anwendungsfall zu überführen, welcher schlussendlich für nahezu jeden computerbasiert-erzeugten Klang steht und beliebig, je nach musikalischer Intention, abgewandelt und erweitert werden kann.

3 Eignung des Themas/Fazit

Das übergeordnete Thema der Fourier-Analyse ist in fast allen Bereichen der digitalen Multimediawelt anzutreffen. Speicherung verschiedener Signale und beispielsweise auch die digitale Funkübertragung hängen von den Erkenntnissen Fouriers ab. Zwar spezialisiert sich meine Facharbeit auf die Fourier-Synthese mit dem Ziel, algorithmisch Klänge und Töne zu erzeugen, aber zum Beispiel auch in der Elektrotechnik ist das Generieren von bestimmten Spannungen, und die Analyse der Reaktion von Schaltungen auf jene, eine entscheidende Grundlage, welche nicht zuletzt überhaupt erst zur Erfindung des Synthesizers führte.

Nach der Eingrenzung der thematischen Bezugspunkte, Betrachtung einer zufriedenstellenden Literaturlage in Bezug auf mathematische, physikalische und musikalische Zusammenhänge und der Erörterung meines Aufbauplans der Facharbeit, komme ich zu dem Schluss, dass mein Thema „Was sind die mathematischen Grundlagen moderner elektronischer Musik? - Die Fourier-Reihen und -Synthese“ für die Bearbeitung in einer Facharbeit geeignet ist.

¹³ Vgl. Ruschkowski, Elektronische Klänge, S.162-163.

4 Literaturverzeichnis

4.1 Printmedien

BADER, Franz, Dorn.Bader. Physik Gymnasium (G8) 11/12, Braunschweig: Schroedel 2010.

GOEBBELS, Steffen; **RITTER**, Stefan, Mathematik verstehen und anwenden. Von den Grundlagen bis zu Fourier-Reihen und Laplace-Transformation, Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag ²2013.

RUSCHKOWSKI, André, Elektronische Klänge und musikalische Entdeckungen, Stuttgart: Reclam ²2010.